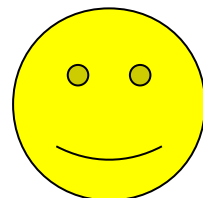


**ŽELITE LI SE ŠTO BOLJE PRIPREMITI ZA POPRAVNI ISPIT  
IZ MATEMATIKE ?!**

**RIJEŠITE OVE ZADATKE I SPREMNI STE !!!!!**



**TREĆI RAZRED ( opća i prirodoslovno-matematička gimnazija : 3a, 3c, 3d )**

**1. UVOD U TRIGONOMETRIJU**

1. Neka je  $\sin t = -\frac{3}{5}$ ,  $t \in \left\langle \frac{3\pi}{2}, 2\pi \right\rangle$ . Izračunaj  $\cos t$ ,  $\operatorname{tg} t$  i  $\operatorname{ctg} t$ . Rj.  $\cos t = \frac{4}{5}$ ,  $\operatorname{tg} t = -\frac{3}{4}$ ,  $\operatorname{ctg} t = -\frac{4}{3}$

2. Neka je  $\operatorname{ctg} t = -\frac{12}{5}$ ,  $t \in \left\langle \frac{\pi}{2}, \pi \right\rangle$ . Izračunaj  $\sin t$ ,  $\cos t$  i  $\operatorname{tg} t$ . Rj.  $\sin t = \frac{5}{13}$ ,  $\cos t = -\frac{12}{13}$ ,  $\operatorname{tg} t = -\frac{5}{12}$

3. Iz  $\cos t = -\frac{7}{25}$ ,  $t \in \left\langle \frac{\pi}{2}, \pi \right\rangle$  odredi  $\sin t$ ,  $\operatorname{tg} t$  i  $\operatorname{ctg} t$ . Rj.  $\sin t = \frac{24}{25}$ ,  $\operatorname{ctg} t = -\frac{7}{24}$ ,  $\operatorname{tg} t = -\frac{24}{7}$

4. Izračunaj  $\sin t$ ,  $\cos t$ ,  $\operatorname{ctg} t$  ako je  $\operatorname{tg} t = \frac{5}{12}$ ,  $t \in \left\langle \pi, \frac{3\pi}{2} \right\rangle$ . Rj.  $\sin t = -\frac{5}{13}$ ,  $\cos t = -\frac{12}{13}$ ,  $\operatorname{ctg} t = \frac{12}{5}$

5. Izračunaj  $\frac{1 - \operatorname{tg} t}{1 + \operatorname{tg} t}$  ako je  $\cos t = \frac{9}{41}$ ,  $t \in \left\langle \frac{15\pi}{2}, 8\pi \right\rangle$  Rj.  $-\frac{49}{31}$

6. Izračunaj  $\frac{1 + \sin t + \cos t}{1 - \sin t - \cos t}$  ako je  $\operatorname{tg} t = \frac{20}{21}$ ,  $t \in \left\langle \pi, \frac{3\pi}{2} \right\rangle$ . Rj.  $-\frac{6}{35}$

7. Provjeri da li su sljedeće funkcije parne ili neparne :

a)  $f(x) = \frac{1 + 4 \cos x}{x^4}$  b)  $f(x) = \frac{1 + \cos^2 x}{\sin x}$  Rj. a) p    b) n    c) n    d) p

c)  $f(x) = \frac{x^3 - \operatorname{tg} x}{1 + \cos x}$  d)  $f(x) = \frac{x - \operatorname{ctg}^3 x}{\sin x}$

8. Izračunaj : a)  $4 \operatorname{ctg} \left( -\frac{29\pi}{4} \right) - \sin \left( -\frac{17\pi}{6} \right)$  Rj. a)  $-\frac{7}{2}$

b)  $4 \operatorname{tg} \left( -\frac{35\pi}{4} \right) - \cos \left( -\frac{17\pi}{3} \right)$  b)  $\frac{7}{2}$

c)  $\cos \left( -\frac{17\pi}{6} \right) - 3 \operatorname{tg} \left( -\frac{27\pi}{4} \right)$  c)  $-3 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

## 2. ADICIJSKE FORMULE I FORMULE KOJE PROIZLAZE IZ ADICIJSKIH

9. Ako je  $\sin x = \frac{24}{25}$ ,  $x \in \left\langle \frac{\pi}{2}, \pi \right\rangle$  i  $\cos y = -\frac{4}{5}$ ,  $y \in \left\langle \pi, \frac{3\pi}{2} \right\rangle$  izračunaj :

a)  $\cos(x-y)$                       b)  $\sin(x+y)$                       Rj. a)  $-\frac{44}{125}$                       b)  $-\frac{3}{5}$

10. Ako je  $\sin y = \frac{12}{13}$  i  $\operatorname{ctgx} = -1$ ,  $x, y \in \left\langle \frac{\pi}{2}, \pi \right\rangle$  izračunaj :

a)  $\operatorname{tg}(x+y)$                       b)  $\operatorname{tg}(x-y)$                       Rj. a)  $\frac{17}{7}$                       b)  $\frac{7}{17}$

11. Pojednostavni : a)  $\sin\left(t + \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(t - \frac{\pi}{6}\right) =$                       Rj. a)  $\operatorname{cost}$

b)  $\cos^2 x - \sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) =$                       b)  $\frac{3}{4}$

c)  $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} + t\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} + t\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + t\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} + t\right)} =$                       c)  $\operatorname{tgt}$

12. Bez uporabe računala izračunaj :

a)  $\sin\frac{11\pi}{12} + \sin\frac{7\pi}{12} =$                       Rj. a)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$

b)  $\cos\frac{5\pi}{12} \cdot \cos\frac{\pi}{12} =$                       b)  $\frac{1}{4}$

c)  $\sin\frac{11\pi}{12} - \sin\frac{5\pi}{12} =$                       c)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

13. Iz  $\sin x = \frac{3}{5}$ ,  $x \in \left\langle \frac{\pi}{2}, \pi \right\rangle$  izračunaj  $\sin 2x$ ,  $\cos 2x$ ,  $\operatorname{tg} 2x$  i  $\operatorname{ctg} 2x$ .

Rj.  $\sin 2x = -\frac{24}{25}$ ,  $\cos 2x = \frac{7}{25}$

$\operatorname{tg} 2x = -\frac{24}{7}$ ,  $\operatorname{ctg} 2x = -\frac{7}{24}$

14. Iz  $\operatorname{cost} = -\frac{8}{17}$ ,  $t \in \left\langle \pi, \frac{3\pi}{2} \right\rangle$  izračunaj  $\sin\frac{t}{2}$ ,  $\cos\frac{t}{2}$ ,  $\operatorname{tg}\frac{t}{2}$ ,  $\operatorname{ctg}\frac{t}{2}$ .

Rj.  $\frac{5\sqrt{34}}{34}$ ,  $-\frac{3\sqrt{34}}{34}$ ,  $-\frac{5}{3}$ ,  $-\frac{3}{5}$

15. Dokaži identitet :  $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = 1$

16. Neka je  $\sin \alpha = \frac{9}{41}$ ,  $\alpha \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$ . Bez uporabe računala izračunaj  $\sin\frac{\alpha}{2}$ ,  $\cos 2\alpha$ ,  $\operatorname{tg} 2\alpha$

Rj.  $\frac{\sqrt{82}}{82}$ ,  $\frac{1519}{1681}$ ,  $\frac{720}{1519}$

17. Pojednostavni :  $\cos^2 3x - \sin\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6} + 3x\right)$       Rj.  $\frac{3}{4} \cos 6x$

### 3. TRIGONOMETRIJSKE JEDNADŽBE I NEJEDNADŽBE

18. Riješi trigonometrijske jednadžbe : a)  $4 \sin^2 x - 4 \cos x - 1 = 0$   
 b)  $3 \cos^2 x - 5 \cos x - 4 = 0$   
 c)  $\operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x + 2 = 0$   
 d)  $6 \cos^2 x - 5 \sin x - 2 = 0$
19. Riješi homogene trigonometrijske jednadžbe : a)  $2 \cos^2 x + 3 \sin x \cos x + \sin^2 x = 0$   
 b)  $\sin^2 x - 4 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$
20. Riješi trigonometrijske jednadžbe uporabom formula pretvorbe : a)  $\sin x + \sin 3x = 0$   
 b)  $\sin 3x = \cos 5x$   
 c)  $\cos 5x + \cos 3x = \cos 6x \cos 2x$
21. Riješi trigonometrijske nejednadžbe : a)  $\sin x > 0$   
 b)  $\operatorname{tg} x < 0$   
 c)  $\cos x < \frac{\pi}{4}$   
 d)  $\sin x > \frac{1}{2}$

### 4. PRIMJENA TRIGONOMETRIJE

22. Riješi trokut ako je zadano :  
 a)  $\alpha = 63^\circ$ ,  $a = 25 \text{ cm}$  i  $b = 20 \text{ cm}$       Rj.  $\beta = 45^\circ 28'$ ,  $\gamma = 71^\circ 32'$ ,  $c = 26,6 \text{ cm}$   
 b)  $c = 14 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 40^\circ 12'$ ,  $\beta = 40^\circ$        $a = 9,17 \text{ cm}$ ,  $b = 9,13 \text{ cm}$ ,  $\gamma = 99^\circ 48'$
23. Izračunaj duljine stranica i kutove trokuta ako je zadano :  $\alpha = 108^\circ$ ,  $\beta = 30^\circ$  i  $v_c = 6 \text{ cm}$   
 Rj.  $\gamma = 42^\circ$ ,  $a = 12$ ,  $b = 6,31$ ,  $c = 8,44$
24. Riješi trokut ako je zadano .  
 a)  $a = 21 \text{ cm}$ ,  $c = 15 \text{ cm}$ ,  $\beta = 21^\circ$       Rj. a)  $b = 8,82$      $\alpha = 121^\circ 29'$ ,  $\gamma = 37^\circ 30'$   
 b)  $b = 17,1 \text{ cm}$ ,  $c = 35 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 80^\circ 20'$   
 c)  $a = 26,5 \text{ cm}$ ,  $b = 14,1 \text{ cm}$ ,  $c = 14,7 \text{ cm}$
25. Visina spuštena iz vrha C nekog trokuta na stranicu duljine  $c = 10 \text{ cm}$ , ima duljinu  $v_c = 5 \text{ cm}$ . Odredite duljine stranica a i b tog trokuta ako je zadan kut  $\alpha = 62^\circ 10'$ .  
 Rj.  $a = 8,898$      $b = 5,654$
26. Izračunaj površinu trokuta ako je zadano  $\alpha = 32^\circ$ ,  $\gamma = 77^\circ$ ,  $a = 14 \text{ cm}$ .  
 Rj.  $P = 170,38 \text{ cm}^2$

27. Izračunaj kut  $\angle$  trokuta ako su  $a = 7,25$  cm,  $b = 3,6$  cm duljine njegovih stranica, a  $P = 10$   $cm^2$  površina.

Rj.  $50^\circ$

28. Izračunaj duljine stranica paralelograma kojemu su  $e = 10$  cm i  $f = 30$  cm duljine dijagonala, a  $P = 50$   $cm^2$  površina.

Rj.  $b = 10,42$      $a = 19,78$

29. Izračunaj površinu paralelograma čija je duljina kraće dijagonale 20 cm, duljina jedne stranice 21 cm, a šiljasti kut je  $70^\circ$ .

Rj. 331,62

30. Površina jednakokračnog trapeza je  $P = 37,8$   $cm^2$ . Ako je duljina visine na osnovicu 6,72 cm a kut između kraka i osnovice  $\alpha = 60^\circ$ , nađi duljine paralelnih stranica.

Rj.  $a = 9,505$      $c = 1,745$

## 5. VEKTORI

31. Vektor  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$  ima početak u točki A (-2, 3). Nađi njegov kraj.

Rj. B (0,6)

32. Vektor  $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j}$  ima kraj u točki B (4, 1). Nađi njegov početak.

Rj. A (5, -1)

33. Odredi koordinate točke B na osi apscisa, ako je  $|\vec{AB}| = 5$  i A (3, -4).

Rj. B(0,0), B(6,0)

34. Odredi koordinate točke A na osi ordinata ako je  $|\vec{AB}| = 13$  i B (12, 1).

Rj. A(0,6), A(0,-4)

35. Zadana je točka A (-3, -2). Odredi ordinatu y točke B(2,y) tako da je  $|\vec{AB}| = \sqrt{29}$

Rj.  $y=0$ ,  $y=4$

36. Zadan je trokut ABC ( A (-3, -1), B (1, -4), C (3, 5) ). Odredi  $\vec{AB} \circ \vec{AC}$

RJ. 6

37. Ako je  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$  nađi vektor  $\vec{b}$  okomit na vektor  $\vec{a}$  ako je  $|\vec{b}| = 2\sqrt{13}$ .

38. Zadan je vektor  $\vec{AB} = 3\vec{i} - \vec{j}$  i A (-1, 3). Nađi koordinate točke C tako da vrijedi :

$$\vec{AC} = 2\vec{AB}$$

$$\vec{AC} = -2\vec{AB}$$

39. Vrhovi trokuta ABC su u točkama A (4, 2), B (1, 5) i C (-1, -2). Izračunaj :

- a) vektore  $\vec{AB}$  i  $\vec{AC}$
- b) duljine tih vektora
- c) kut između tih vektora

40. Prikaži vektor  $\vec{c} = 2\vec{i} + \vec{j}$  kao linearnu kombinaciju vektora  $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j}$  i  $\vec{b} = \vec{i} + 8\vec{j}$

## 6. PRAVAC

41. Pravac prolazi točkama A (3, y) i B (-2, 3). ako mu je koeficijent smjera -2 nađi ordinatu točke A.

Rj.  $y = 13$

42. Pravac prolazi točkom T (-3, 1), a s koordinatnim osima zatvara trokut površine 8. Nađi njegovu jednadžbu.

Rj. 
$$\begin{aligned} x - 19y + 12 &= 0 \\ x - y + 4 &= 0 \end{aligned}$$

43. odredi jednadžbu pravca koji prolazi točkom T (2, 1) i okomit je na pravac  $y = 3x - 1$ .

Rj.  $x + 3y - 5 = 0$

44. Odredi jednadžbu pravca na kojem leži visina  $v_a$  trokuta ABC (A (-3, -1), B (1, -2), C (1, 4)).

Rj.  $y = -1$

45. Zadan je trokut ABC s vrhovima A (-1, -1), B (3, 3) i C (-4, -2). Kolika je duljina visine iz vrha C ?

Rj.  $\sqrt{2}$

46. Odredi kut između pravaca  $3x - 5y + 1 = 0$  i  $5x - 3y + 1 = 0$ .

Rj.  $15^\circ 55' 39''$

47. Nađi udaljenost između paralelnih pravaca  $2x - y + 3 = 0$  i  $4x - 2y + 5 = 0$ .

Rj.  $\frac{\sqrt{5}}{10}$

48. Nađi površinu kvadrata kojemu je jedan vrh u točki A (2, 1), a stranica BC leži na pravcu  $3x - 4y - 1 = 0$ .

Rj.  $\frac{1}{25}$

49. Nađi površinu kvadrata čija jedna stranica leži na pravcu  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ , a središte je u točki S (-1, -1).

Rj.  $\frac{484}{13}$

50. Pravac prolazi točkama A (-6, 4) i B (4, y), te je paralelan s pravcem  $4x + 3y - 5 = 0$ . Odredi ordinatu

točke B.

## 7. KRUŽNICA

51. Nađi jednadžbu kružnice koja je koncentrična kružnici  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$  čiji je polumjer dvostruko veći od polumjera zadane kružnice.

$$\text{Rj. } (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 8$$

52. Odredi jednadžbu kružnice opisane trokutu ABC (A(-3, 0), B(0, 4), C(-4, 2)).

$$\text{Rj. } \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + (y - 2)^2 = \frac{25}{4}$$

53. Odredi jednadžbe tangenata povučenih iz točke T(3, -1) na kružnicu  $x^2 + y^2 + 4x + 8y + 3 = 0$ .

$$\text{Rj. } 4x - y - 13 = 0, x + 4y + 1 = 0$$

54. Odredi jednadžbe tangenata na kružnicu  $x^2 + y^2 = 16$  koje su paralelne s pravcem AB(A(0,3), B(12,8)).

$$\text{Rj. } 5x - 12y + 52 = 0, 5x - 12y - 52 = 0$$

55. Kako glasi jednadžba kružnice kojoj je dužina AB(A(1, -4), B(-3, 6)) promjer ?

$$\text{Rj. } (x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 10$$

56. Napiši jednadžbu kružnice koja prolazi točkama A(-1,2), B(3,6) i kojoj je središte na osi x.

$$\text{Rj. } (x - 5)^2 + y^2 = 40$$

57. Kako glasi jednadžba kružnice kojoj je polumjer  $r = \sqrt{20}$  i koja prolazi točkama A(-2, 4) i B(4,2).

$$\text{Rj. } x^2 + y^2 = 20, (x - 2)^2 + (y - 6)^2 = 20$$

## 8. KRIVULJE DRUGOG REDA

58. Odredi jednadžbu elipse koja prolazi točkama A(9,4) i B(12,3).

$$\text{Rj. } \frac{x^2}{225} + \frac{y^2}{25} = 1$$

59. Odredi jednadžbu elipse koja prolazi točkom T(-4, -1) i ima malu poluos jednaku 3.

$$\text{Rj. } 9x^2 + 18y^2 = 162$$

60. Nađi jednadžbu elipse ako je zadano  $e = 6$  i  $p = \frac{32}{5}$

$$\text{Rj. } 16x^2 + 25y^2 = 1600$$

61. Nađi jednadžbu hiperbole koja prolazi točkom  $T(-6, -1)$ , a velika poluos joj je jednaka 3.

$$\text{Rj. } x^2 - 27y^2 = 9$$

62. Nađi jednadžbu hiperbole koja prolazi točkom  $T(2\sqrt{3}, -2)$ , a žarišta su joj u točkama  $(-\sqrt{6}, 0)$  i  $(\sqrt{6}, 0)$ .

$$\text{Rj. } x^2 - 2y^2 = 4$$

63. Nađi jednadžbu hiperbole kojoj su žarišta u točkama  $(-15, 0)$  i  $(15, 0)$ , a pravci  $y = \pm \frac{1}{2}x$  su njezine asimptote.

$$\text{Rj. } x^2 - 4y = 180$$

64. Kako glasi jednadžba parabole koja prolazi točkom  $M(2, 4)$ .

$$\text{Rj. } y^2 = 8x$$

65. Parabola  $y^2 = 2px$  ima žarište u točki  $(3, 0)$ . Kolika je duljina tetive AB ako je  $A\left(\frac{1}{6}, y < 0\right)$  i  $B(6, y > 0)$  ?

$$\text{Rj. } t = \frac{\sqrt{2989}}{6}$$

66. Nađi jednadžbu tangente povučene iz točke  $T\left(10, \frac{1}{2}\right)$  na elipsu  $4x^2 + 25y^2 = 100$

$$\text{Rj. } 3x - 10y - 25 = 0, x + 6y - 13 = 0$$

67. Odredi one tangente hiperbole  $x^2 - 9y^2 = 16$  koje su paralelne sa pravcem  $5x - 9y = 0$

$$\text{Rj. } 5x - 9y + 16 = 0, 5x - 9y - 16 = 0$$

68. Kako glasi jednadžba hiperbole kojoj je pravac  $4x - 4y - 10 = 0$  tangenta, a žarišta su joj u točkama  $(-5, 0)$  i  $(5, 0)$  ?

$$\text{Rj. } x^2 - 4y^2 = 20$$

69. Kako glasi jednadžba hiperbole kojoj su pravci  $5x - 6y - 16 = 0$  i  $13x - 10y - 48 = 0$  tangente ?

$$\text{Rj. } x^2 - 4y^2 = 16$$

70. Nađi kut između tangenata povučenih iz točke  $T(-3, 1)$  na parabolu  $y^2 = 12x$

$$\text{Rj. } 90^\circ$$

**SRETN O I USPJEŠNO RJEŠAVANJE ZADATAKA !!!!!!!**



Jadranka Didović, prof.